

PENAKSIR RANTAI RASIO-CUM-DUAL UNTUK RATA-RATA POPULASI PADA SAMPLING GANDA

Hollan Manalu^{1*}, Bustami², Haposan Sirait²

¹Mahasiswa Program S1 Matematika

²Dosen Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Binawidya Pekanbaru, 28293, Indonesia

*hollan.manalu@yahoo.co.id

ABSTRACT

This article discusses three chain estimators for population mean using double sampling, which is a review article from Choudhury and Singh [*Statistics In Transition-new series* 2012: 519-536]. The three estimators are biased estimators, then their mean square errors are determined. Furthermore, the mean square errors are compared to the mean square error of each estimator. This comparison shows that the estimator having the smallest mean square error is the most efficient estimator.

Keywords: *Double sampling, ratio estimator, dual ratio estimator, chain ratio estimator, bias and mean square error.*

ABSTRAK

Pada artikel ini membahas tiga penaksir rantai untuk rata-rata populasi pada sampling ganda yang merupakan review dari artikel Singh dan Choudhury [*Statistics In Transition-new series* 2012: 519-536]. Ketiga penaksir merupakan penaksir bias, kemudian ditentukan *mean square error* ketiga penaksir. Selanjutnya, masing-masing penaksir dibandingkan *mean square error*. Perbandingan ini menunjukkan bahwa penaksir yang memiliki *mean square error* paling kecil adalah penaksir yang paling efisien.

Kata kunci: *Sampling ganda, penaksir rasio, penaksir dual rasio, penaksir rantai rasio, bias and mean square error*

1. PENDAHULUAN

Data yang dikumpulkan pada suatu penelitian digunakan sebagai dasar untuk menarik kesimpulan, data dapat diperoleh dari suatu populasi dengan melakukan sensus yaitu dengan mengamati seluruh anggota populasi, dengan banyaknya anggota populasi maka pengamatan keseluruhan anggota populasi tidak ekonomis, baik tenaga, waktu maupun biaya, sehingga pengumpulan data dapat dilakukan dengan sampling [1].

Sampling yang digunakan adalah sampling ganda yaitu teknik pengambilan sampel menggunakan dua tahap. Sampel harus mencerminkan semua unsur dalam populasi secara representatif. Parameter yang diteliti pada populasi yang dimaksud adalah rata-rata populasi, sehingga rata-rata sampel digunakan sebagai taksiran untuk rata-rata populasi. Metode taksiran untuk menaksir rata-rata populasi yang sering digunakan adalah metode rasio dan metode produk, penaksir yang baik dalam sampling ganda adalah apabila rata-rata penaksiran sama dengan parameter yang sebenarnya dan dinamakan penaksir tak bias. Penaksir yang memiliki variansi minimum merupakan penaksir yang baik untuk penaksir tak bias tetapi apabila rata-rata penaksiran tidak sama dengan parameter sebenarnya dinamakan penaksir bias, maka penaksir bias yang baik adalah penaksir bias yang memiliki *Mean Square Error (MSE)* minimum.

Pada artikel ini akan dibandingkan tiga penaksir rantai yaitu penaksir *rantai rasio*, penaksir *rantai dual rasio* dan kombinasi keduanya, penaksir rantai *rasio-cum-dual* untuk rata-rata populasi pada sampling ganda. Penaksir rantai rasio adalah penaksir rasio yang dirasiokan dengan variabel tambahan lain untuk meningkatkan ketelitian penaksir tersebut. Tiga penaksir tersebut adalah penaksir bias maka untuk mendapatkan penaksir rantai yang efisien diantara ketiga penaksir adalah dengan membandingkan *Mean Square Error (MSE)* untuk masing-masing penaksir, *MSE* terkecil yang diperoleh adalah penaksir paling efisien [1].

2. PENAKSIR UNTUK RATA-RATA POPULASI

Dalam bagian ini dibahas beberapa penaksir pada sampling acak, antara lain penaksir untuk rata-rata populasi pada sampling acak sederhana, penaksir untuk rata-rata populasi pada sampling ganda, penaksir rasio dan dual rasio untuk rata-rata populasi pada sampling ganda. Serta memuat beberapa definisi dan teorema yang merupakan teori pendukung yang digunakan dalam menyelesaikan pembahasan. Misalkan suatu populasi berukuran N dengan nilai variabel y_i untuk masing-masing unit, $i = 1, 2, 3, \dots, N$ maka rata-rata dari populasi didefinisikan dengan $\bar{Y} = (1/N) \sum_{i=1}^N y_i$. Akan diambil sampel berukuran n unit dengan nilai variabel y_i untuk masing-masing unit, $i = 1, 2, 3, \dots, n$ maka rata-rata sampel didefinisikan dengan $\bar{y} = (1/n) \sum_{i=1}^n y_i$ [1].

Sampling Acak Sederhana

Penarikan sampel secara acak sederhana adalah pengambilan n unit sampel dari N unit populasi, dimana setiap elemen populasi mempunyai kesempatan yang sama untuk terpilih menjadi anggota sampel. Pengambilan sampel dapat dilakukan dengan pengembalian atau tanpa pengembalian. Ekspektasi dari \bar{y} akan sama dengan \bar{Y} , pernyataan ini dapat ditunjukkan sebagai berikut

$$E(y_i) = \sum_{i=1}^N P(y_i) y_i ,$$

dengan $P(y_i)$ adalah probabilitas terpilihnya y_i menjadi anggota sampel. Apabila probabilitas y_i terpilih menjadi anggota sampel adalah $1/N$, terbukti $E(y_i) = \bar{Y}$ dengan demikian diperoleh $E(\bar{y}) = \bar{Y}$. dapat dinyatakan bahwa \bar{y} adalah penaksir tak bias dari \bar{Y} .

Teorema 1 [1: h.27] Apabila sampel berukuran n diambil dari populasi berukuran N yang berkarakter Y , dengan sampling acak sederhana tanpa pengembalian maka variansi rata-rata sampel \bar{y} dinotasikan dengan $V(\bar{y})$ yaitu

$$V(\bar{y}) = \frac{S_y^2}{n} \frac{N-n}{N} = \frac{(1-f)}{n} S_y^2,$$

dengan $f = n/N$ adalah fraksi penarikan sampel dan $S_y^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{Y})^2 / (N-1)$ adalah variansi y_i pada populasi berkarakter Y .

Bukti: Dapat dilihat pada [1: hal. 27]. ■

Sampling Ganda

Metode sampling ganda adalah suatu metode pengambilan sampel secara dua tahap. Pada pengambilan tahap pertama diambil sampel berukuran n_1 dari populasi berukuran N , pengambilan sampel tahap pertama ini dilakukan secara acak sederhana tanpa pengembalian. Selanjutnya pada pengambilan tahap kedua, sampel diambil dari sampel pertama. Sampel kedua ini berukuran n dan pengambilan sampel ini juga dilakukan secara acak sederhana tanpa pengembalian.

Teorema 2 [5. h. 287] Rata-rata sampel per unit sampel tahap kedua pada sampling ganda adalah \bar{y}_{sg_j} dan rata-rata sampel per unit sampel tahap pertama adalah \bar{y}_{sas_i} merupakan penaksir tak bias untuk rata-rata populasi \bar{Y} , maka \bar{y}_{sg_j} merupakan penaksir tak bias untuk rata-rata populasi \bar{Y} .

Bukti: Misalkan rata-rata sampel per unit pada tahap kedua adalah $\bar{y}_{sas_{ij}}$ dan dinotasikan \bar{y}_{sg_j} , dengan $C_n^{n_1}$ merupakan peluang terambilnya sampel pada tahap kedua maka diperoleh

$$\begin{aligned} E(\bar{y}_{sg_j}) &= \sum_{j=1}^{C_n^{n_1}} \bar{y}_{sg_j} P(\bar{y}_{sg_j}) = \sum_{i=1}^{C_n^N} \sum_{j=1}^{C_n^{n_1}} \bar{y}_{sas_{ij}} P(\bar{y}_{sas_{ij}}) \\ &= \sum_{i=1}^{C_n^N} \sum_{j=1}^{C_n^{n_1}} \bar{y}_{sas_{ij}} P(\bar{y}_{sas_i}) P(\bar{y}_{sas_{ji}}) = \sum_{i=1}^{C_n^N} P(\bar{y}_{sas_i}) \sum_{j=1}^{C_n^{n_1}} \bar{y}_{sas_{ij}} P(\bar{y}_{sas_{ji}}) \\ &= \sum_{i=1}^{C_n^N} P(\bar{y}_{sas_i}) E(\bar{y}_{sas_{ij}} | i) = \sum_{i=1}^{C_n^N} P(\bar{y}_{sas_i}) \bar{y}_{sas_i} \\ &= \frac{1}{C_n^{n_1}} \sum_{i=1}^{C_n^N} \bar{y}_{sas_i} \\ E(\bar{y}_{sg_j}) &= \bar{Y}. \end{aligned}$$

■

Teorema 3 [5. h. 287] Jika sampel pertama adalah acak dan berukuran n_1 , sampel kedua adalah sampel acak dari sampel pertama berukuran n . maka variansi \bar{y}_{sg_j} pada sampling ganda adalah

$$V(\bar{y}_{ds_j}) = \left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{N} \right) S_y^2 + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n_1} \right) S_d^2,$$

dengan

$$S_d^2 = \frac{\sum_{i,j=1}^{n_1} (\bar{y}_{sas_{ij}} - \bar{y}_{sas_i})^2}{n_1 - 1}.$$

Bukti: Dapat dilihat pada [5. h. 287] ■

Penaksir Rasio dan Dual Rasio untuk Rata-Rata Populasi pada Sampling Ganda

Metode taksiran untuk menaksir parameter populasi yang sering digunakan adalah metode rasio dengan menggunakan informasi yang sudah ada yang merupakan variabel tambahan berkarakter X dan Z yaitu dengan memanfaatkan hubungan Y dengan variable tambahan X dan Z yang berada dalam populasi yang sama, sedangkan Penaksir dual rasio adalah pasangan dari penaksir rasio dengan memanfaatkan rata-rata sampel dari populasi yang tidak terambil menjadi anggota sampel pada penaksir rasio. Penggunaan informasi tambahan bertujuan untuk meningkatkan ketelitian penaksir. Sebelumnya telah dibahas penaksir rasio dan dual rasio untuk rata-rata populasi pada sampling ganda masing-masing yang diajukan oleh Sukhatme [5] dan kumar [2], yaitu

$$\hat{\bar{Y}}_{Rd} = \bar{y}_{sg} \frac{\bar{x}_{sas}}{\bar{x}_{sg}} \quad \text{dan} \quad \bar{Y}_k^{(d)} = \bar{y}_{sg} \frac{\bar{x}^*}{\bar{x}_{sas}}$$

dengan

$$\bar{y}_{sg} = \frac{1}{n} \sum_1^n y_{sg_j}, \quad \bar{x}_{sas} = \frac{1}{n_1} \sum_1^{n_1} y_{sas_i}, \quad \bar{x}_{sg} = \frac{1}{n} \sum_1^n x_{sg_j}, \quad \bar{x}^* = \frac{n_1 \bar{x}_{sas} - n \bar{x}_{sg}}{n_1 - n},$$

Penaksir rasio dan penaksir dual rasio adalah penaksir bias, kemudian ditentukan MSE nya. Bias dan MSE penaksir rasio yang diajukan oleh Sukhatme [5] dan penaksir dual rasio yang diajukan oleh kumar [2] untuk rata-rata populasi pada sampling ganda sebagai berikut:

a. Bias dan MSE Penaksir Rasio

$$B(\hat{\bar{Y}}_{Rd}) \approx \bar{Y} (\lambda_1 \rho C_x C_y - \lambda \rho C_x C_y - \lambda_1 C_x^2 + \lambda C_x^2)$$

$$MSE(\hat{\bar{Y}}_{Rd}) \approx \bar{Y}^2 (\lambda C_y^2 + \lambda C_x^2 - \lambda_1 C_x^2 + 2\lambda_1 \rho C_x C_y - 2\lambda \rho C_x C_y),$$

b. Bias dan MSE Penaksir Dual Rasio

$$B(\bar{Y}_k^{(d)}) \approx -\bar{Y} n^* (\lambda \rho_{yx} C_y C_x - \lambda_1 \rho_{yx} C_y C_x)$$

$$MSE(\hat{\bar{Y}}_{Rd}) \approx \bar{Y}^2 (\lambda C_y^2 - 2n^* (\lambda_1 \rho C_x C_y - \lambda \rho C_x C_y) - n^{*2} (\lambda_1 C_x^2 - \lambda C_x^2)),$$

3. PENAKSIR RANTAI UNTUK RATA-RATA POPULASI PADA SAMPLING GANDA

Dalam artikel ini dibahas tiga penaksir rantai untuk rata-rata populasi pada sampling ganda dengan menggunakan variabel tambahan X dan Z yang diajukan oleh Choudhury dan Singh [4], yaitu

$$\bar{Y}_k^{(dc)} = \bar{y}_{sg} \frac{\bar{x}_{sas}}{\bar{x}_{sg}} \frac{\bar{Z}}{\bar{z}_{sas}} \quad (1)$$

$$\bar{Y}_k^{(dc)} = \bar{y}_{sg} \frac{\bar{x}^*}{\bar{x}_{sas}} \frac{\bar{z}_{sas}}{\bar{Z}} \quad (2)$$

$$\bar{Y}_{RdR}^{(dc)} = \bar{y}_{sg} \left(\alpha \frac{\bar{x}_{sas}}{\bar{x}_{sg}} \frac{\bar{Z}}{\bar{z}_{sas}} + (1 - \alpha) \frac{\bar{x}^*}{\bar{x}_{sas}} \frac{\bar{z}_{sas}}{\bar{Z}} \right), \quad (3)$$

dengan \bar{x}_{sas} dan \bar{z}_{sas} adalah rata-rata sampel tahap pertama dari populasi berkarakteristik Y dan Z , \bar{y}_{sg} dan \bar{x}_{sg} adalah rata-rata sampel tahap kedua dari populasi berkarakteristik Y dan X , \bar{X} adalah rata-rata populasi X , dengan

$$\bar{x}^* = \frac{\frac{n_1 \bar{x}_{sas} \bar{Z}}{\bar{z}_{sas}} - n \bar{x}_{sg}}{n_1 - n}$$

dan α adalah konstanta.

Ketiga penaksir untuk rata-rata populasi tersebut merupakan penaksir bias, kemudian ditentukan MSE nya. Bias dan MSE penaksir rantai yang diajukan oleh Choudhury dan Singh [4] untuk rata-rata populasi pada sampling ganda dari masing-masing penaksir sebagai berikut:

Bias dan MSE dari persamaan (1) diperoleh

$$\begin{aligned} B(\bar{Y}_R^{(dc)}) &\approx \bar{Y} \left(\lambda C_x^2 - \lambda_1 C_x^2 + \lambda_1 C_z^2 - \lambda \rho_{yx} C_y C_x + \lambda_1 \rho_{yx} C_y C_x - \lambda_1 \rho_{yz} C_y C_z \right) \\ MSE(\bar{Y}_R^{(dc)}) &\approx \bar{Y}^2 \left(\lambda C_y^2 - 2(\lambda^* \rho_{yx} C_y C_x + \lambda_1 \rho_{yz} C_y C_z) + \lambda^* C_x^2 + \lambda_1 C_z^2 \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Bias dan MSE dari persamaan (2) diperoleh

$$\begin{aligned} B(\bar{Y}_k^{(dc)}) &\approx -\bar{Y} n^* (\lambda \rho_{yx} C_y C_x - \lambda_1 \rho_{yx} C_y C_x + \lambda_1 \rho_{yz} C_y C_z) \\ MSE(\bar{Y}_k^{(dc)}) &\approx \bar{Y}^2 (\lambda C_y^2 - 2n^* (\lambda^* \rho_{yx} C_y C_x + \lambda_1 \rho_{yz} C_y C_z) + n^{*2} (\lambda^* C_x^2 + \lambda_1 C_z^2)). \end{aligned} \quad (5)$$

Bias dan MSE dari persamaan (3) diperoleh

$$\begin{aligned} B(\bar{Y}_{RdR}^{(dc)}) &\approx \bar{Y} \left(\alpha (\lambda C_x^2 + \lambda_1 C_z^2 - \lambda_1 C_x^2) - (n^* + \alpha N^{**}) (\lambda \rho_{yx} C_y C_x - \lambda_1 \rho_{yx} C_y C_x + \lambda_1 \rho_{yz} C_y C_z) \right) \\ MSE(\bar{Y}_{RdR}^{(dc)}) &\approx \bar{Y}^2 \left(\lambda C_y^2 - 2(n^* + \alpha N^{**}) (\lambda^* \rho_{yx} C_y C_x + \lambda_1 \rho_{yz} C_y C_z) \right. \\ &\quad \left. + (n^* + \alpha N^{**})^2 (\lambda^* C_x^2 + \lambda_1 C_z^2) \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Mean Square Error ($\bar{Y}_{RdR}^{(dc)}$) memuat nilai α , sehingga $MSE(\bar{Y}_{RdR}^{(dc)})$ minimum dapat diperoleh dengan menentukan nilai optimum dari α yaitu dengan menurunkan $MSE(\bar{Y}_{RdR}^{(dc)})$ terhadap α dan disamakan dengan nol, nilai α yang diperoleh disubstitusikan ke dalam $MSE(\bar{Y}_{RdR}^{(dc)})$ sehingga diperoleh $MSE(\bar{Y}_{RdR}^{(dc)})$ minimum yang dinotasikan dengan $MSE(\bar{Y}_{RdR}^{(dc)})_{\min}$ yaitu

$$MSE(\bar{Y}_{RdR}^{(dc)})_{\min} \approx \bar{Y}^2 \left(\lambda C_y^2 - \frac{(\lambda^* \rho_{yx} C_y C_x + \lambda_1 \rho_{yz} C_y C_z)^2}{(\lambda^* C_x^2 + \lambda_1 C_z^2)} \right).$$

4. PENAKSIR YANG EFISIEN

Untuk menentukan penaksir yang efisien dari penaksir yang bias, diperoleh dari selisih ketiga penaksir.

- a. Perbandingan antara penaksir rantai rasio $\bar{Y}_k^{(dc)}$ dengan penaksir rantai dual rasio $\bar{Y}_k^{(dc)}$ diperoleh dari selisih persamaan (4) dan persamaan (5) yaitu

$$MSE(\bar{Y}_R^{(dc)}) - MSE(\bar{Y}_k^{(dc)}) \approx \bar{Y}^2 \left((1 - n^{*2}) (\lambda^* C_x^2 + \lambda_1 C_z^2) - 2(1 - n^*) (\lambda^* \rho_{yx} C_y C_x + \lambda_1 \rho_{yz} C_y C_z) \right),$$

karena $\bar{Y}^2 > 0$ maka penaksir $\bar{Y}_k^{(dc)}$ relatif efisien dibandingkan penaksir $\bar{Y}_R^{(dc)}$ jika

$$\left((1 - n^{*2}) (\lambda^* C_x^2 + \lambda_1 C_z^2) - 2(1 - n^*) (\lambda^* \rho_{yx} C_y C_x + \lambda_1 \rho_{yz} C_y C_z) \right) > 0,$$

dan penaksir $\bar{Y}_R^{(dc)}$ relatif efisien dibandingkan penaksir $\bar{Y}_k^{(dc)}$ jika

$$\left((1 - n^{*2}) (\lambda^* C_x^2 + \lambda_1 C_z^2) - 2(1 - n^*) (\lambda^* \rho_{yx} C_y C_x + \lambda_1 \rho_{yz} C_y C_z) \right) < 0.$$

- b. Perbandingan antara penaksir rantai rasio $\bar{Y}_R^{(dc)}$ dengan penaksir rantai dual rasio $(\bar{Y}_{RdR}^{(dc)})_{\min}$ diperoleh dari selisih persamaan (4) dan persamaan (6) yaitu

$$MSE(\bar{Y}_R^{(dc)}) - MSE(\bar{Y}_{RdR}^{(dc)})_{\min} \approx \frac{\bar{Y}^2 \left((\lambda^* C_x^2 + \lambda_1 C_z^2) - (\lambda^* \rho_{yx} C_y C_x + \lambda_1 \rho_{yz} C_y C_z) \right)^2}{\lambda^* C_x^2 + \lambda_1 C_z^2},$$

karena $\bar{Y}^2 > 0$, $\lambda^* C_x^2 + \lambda_1 C_z^2 > 0$, $\left((\lambda^* C_x^2 + \lambda_1 C_z^2) - (\lambda^* \rho_{yx} C_y C_x + \lambda_1 \rho_{yz} C_y C_z) \right)^2 > 0$,

artinya $MSE(\bar{Y}_{RdR}^{(dc)})_{\min}$ lebih kecil dibanding $MSE(\bar{Y}_R^{(dc)})$, sehingga penaksir $(\bar{Y}_{RdR}^{(dc)})_{\min}$ relatif efisien dibandingkan penaksir $\bar{Y}_R^{(dc)}$.

- c. Perbandingan antara penaksir rantai rasio $\bar{Y}_k^{(dc)}$ dengan penaksir rantai dual rasio $(\bar{Y}_{RdR}^{(dc)})_{\min}$ diperoleh dari selisih persamaan (5) dan persamaan (6) yaitu

$$MSE(\bar{Y}_k^{(dc)}) - MSE(\bar{Y}_{RdR}^{(dc)})_{\min} \approx \frac{\bar{Y}^2 \left(n^* (\lambda^* C_x^2 + \lambda_1 C_z^2) - (\lambda^* \rho_{yx} C_y C_x + \lambda_1 \rho_{yz} C_y C_z) \right)^2}{\lambda^* C_x^2 + \lambda_1 C_z^2},$$

karena $\bar{Y}^2 > 0$, $\lambda^* C_x^2 + \lambda_1 C_z^2 > 0$, $\left(n^* (\lambda^* C_x^2 + \lambda_1 C_z^2) - (\lambda^* \rho_{yx} C_y C_x + \lambda_1 \rho_{yz} C_y C_z)\right)^2 > 0$, artinya $MSE(\bar{Y}_{RdR}^{(dc)})_{\min}$ lebih kecil dibanding $MSE(\bar{Y}_k^{(dc)})$, sehingga penaksir $(\bar{Y}_{RdR}^{(dc)})_{\min}$ relatif efisien dibandingkan penaksir $\bar{Y}_k^{(dc)}$.

5. APLIKASI DARI PENAKSIR RANTAI RASIO-CUM-DUAL UNTUK RATA-RATA POPULASI PADA SAMPLING GANDA

Sebagai contoh pembahasan untuk menentukan penaksir paling efisien, diberikan data tentang analisis pola konsumsi karyawan di PT. Bridgestone Sumatera Rubber Estate Dolok Merangir Kabupten Simalungun tahun 2009 [3]. Peneliti ingin mengetahui rata-rata konsumsi (Y), pendapatan (X) dan jumlah tanggungan (Z) karyawan di PT tersebut. Berdasarkan 50 karyawan sebagai populasi diperoleh informasi adalah sebagai berikut:

Tabel 1: Analisis pola konsumsi karyawan di PT. Bridgestone Sumatera Rubber Estate Dolok Merangir Kabupten Simalungun tahun 2009.

No	Y (konsumsi dalam juta)	X (pendapatan dalam juta)	Z (jumlah tanggungan dalam satuan)
1	2,3	2,6	5
2	0,53	0,88	1
3	0,6	0,85	1
4	1,13	1,23	2
5	2,45	2,5	2
6	0,44	0,54	1
7	3,025	3,125	5
8	0,87	0,87	2
9	0,7	0,95	1
10	2,1	2,15	3
11	0,79	0,89	1
12	1,36	1,86	1
13	1,125	1,125	2
14	1,875	2,175	2
15	1,725	1,825	3
16	1,01	1,06	2
17	1,33	1,33	3
18	1,35	1,45	2
19	0,49	0,69	1
20	2,49	2,54	3
21	0,95	1,05	1
22	0,9	1,25	1
23	0,82	1,02	1
24	1,275	1,325	2
25	2,098	3,008	5

26	2,473	2,523	4
27	1,444	1,544	2
28	0,857	1,007	2
29	0,953	1,053	1
30	3,075	3,375	4
31	2	2,2	3
32	1,855	2,005	3
33	1,773	1,873	2
34	1,377	1,537	1
35	1,625	1,925	2
36	3,215	3,265	3
37	2,54	2,59	2
38	1,915	2,015	3
39	2,965	3,215	4
40	3,02	3,12	4
41	1,9	1,95	1
42	1,23	1,23	2
43	1,506	1,506	3
44	1,825	1,825	4
45	2,157	2,157	3
46	1,825	1,975	2
47	0,735	1,535	1
48	1,375	1,425	3
49	1,909	2,009	4
50	3,075	3,175	5

Untuk menghitung *MSE* dari masing-masing penaksir terlebih dahulu ditentukan nilai yang dibutuhkan. Informasi yang diperoleh dari rata-rata konsumsi (*Y*), pendapatan (*X*) dan jumlah tanggungan (*Z*) karyawan di PT tersebut dengan menggunakan Microsoft Excel, yaitu

$$\begin{array}{llll}
 \bar{Y} = 1,64714 & C_y^2 = 0,2202117 & \rho_{yx} = 0,972401 & N = 50 \\
 \bar{X} = 1,80654 & C_x^2 = 0,1835911 & \rho_{xz} = 0,767218 & n_1 = 20 \\
 \bar{Z} = 2,42 & C_z^2 = 0,265469 & \rho_{yz} = 0,774193 & n = 8 .
 \end{array}$$

Dengan menggunakan informasi tersebut, diperoleh nilai *MSE* dari masing-masing penaksir diberikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai *MSE* ketiga penaksir

No	Penaksir	<i>MSE</i>
1	$\bar{Y}_R^{(dc)}$	0.011656
2	$\bar{Y}_k^{(dc)}$	0.015578
3	$(\bar{Y}_{RdR}^{(dc)})_{opt}$	0.011392

Berdasarkan Tabel 2, dapat dilihat

$$MSE(\bar{Y}_{RdR}^{(dc)})_{\min} < MSE(\hat{\bar{Y}}_R^{(dc)}) < MSE(\hat{\bar{Y}}_k^{(dc)}).$$

6. KESIMPULAN

Dari pembahasan sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa penaksir rantai *rasio-cum-dual* $(\bar{Y}_{RdR}^{(dc)})_{opt}$ merupakan penaksir yang paling efisien dibanding penaksir $\bar{Y}_k^{(dc)}$ dan penaksir $\bar{Y}_R^{(dc)}$.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Cochran, W.G. 1991. *Teknik Penarikan Sampel, Edisi Ketiga*. Terj. Dari *Sampling Techniques*, oleh Radiansyah & E.R. Osman. UI Press, Jakarta.
- [2] Kumar, M. and S. Bahl. 2006. Class of Dual to Ratio Estimators for Double Sampling. *Statistical Papers* 47: 319-326.
- [3] Ria, E. 2009. Analisis Pola Konsumsi Karyawan di PT. Bridgestone Sumatera Rubber Estate Dolok Merangir Kabupten Simalungun. Skripsi Fakultas Ekonomi Universitas Sumatera Utara, Medan.
- [4] Singh, B.K., & S. Choudhury. 2012. A Class of Chain Ratio-Cum-Dual to Ratio Type Estimators With Two Auxiliary Characters Under Double Sampling In Sample Surveys. *Statistics In Transition-New Series* 13: 519-536. Arunachal Pradesh. India.
- [5] Sukhatme, P. V. 1957. *Sampling Theory of Surveys with Applications*. The Indian Council of Agricultural Research, New Delhi.